[22] Portal für Fachinformationen zu humangenetischen Fragen der US-amerikanischen National Institutes of Health (engl). *http://www.genetests.org* (07.02.2007).

[23] Deutsches Referenzzentrum für Ethik in den Biowissenschaften (DRZE) (Hg.): Prädiktive genetische Testverfahren. Naturwissenschaftliche, rechtliche und ethische Aspekte. – Ethik in den Biowissenschaften – Sachstandsberichte des DRZE, Band 2, Freiburg, München: Karl Alber 2006.

[24] Büro für Technikfolgen-Abschätzung beim Deutschen Bundestag (TAB): Präimplantationsdiagnostik – Praxis und rechtliche Regulierung in sieben ausgewählten Ländern. – Berlin: TAB 2004, *http://www.tab.fzk.de/de/projekt/zusammenfassung/ab94.htm* (07.02.2007).

[25] B. M. Knoppers – S. Bordet – R. M. Isasi: Preimplantation Genetic Diagnosis: An Overview of Socio-Ethical and Legal Considerations. – Annual Review of Genomics and Human Genetics **7** (2006), Nr. 1, S. 201–221.

[26] T. Strowitzki: Reproduktionsmedizin – Fluch oder Segen? IVF, ICSI, PID & Co. – Biologie in unserer Zeit **36** (2006), Nr. 4, S. 226–232.

[27] R. B. Stoughton: Applications of DNA microarrays in biology. – Annual Review of Biochemistry **74** (2005), S. 53–82.

[28] S. Gaisser – B. Hüsing – B. Schiel: Gendiagnostik. Dokumentation der interdisziplinären Fortbildungsveranstaltungen für Lehrerinnen und Lehrer: Biopro Baden-Württemberg GmbH, Fraunhofer-Institut für System- und Innovationsforschung 2006. *http://www.bio-pro.de/imperia/md/content/biopro/veranstaltungen/dokumentation_lehrerfortbildung_2006.pdf* (07.02.2007).

[29] Berufsverband Medizinische Genetik e. V.: Deutsche Gesellschaft für Humangenetik: Leitlinien zur Erbringung humangenetischer Leistungen: 1. Leitlinien zur Genetischen Beratung. – medgen 8 (1996), Nr. 3, Sonderbeilage 1–2. *http://www.medgenetik.de/sonderdruck/1996-3-1.pdf* (07.02.2007).

Dr. Bärbel Hüsing, baerbel.huesing@isi.fraunhofer.de ist Diplom-Biologin und am Fraunhofer-Institut für System- und Innovationsforschung in Karlsruhe in der wissenschaftlichen Politikberatung tätig. Forschungsschwerpunkt: Technikentwicklung, Gestaltungsbedingungen und Folgen von Innovationen in der Bio- und Gentechnik in den Bereichen Biomedizin, Lebensmittel, Landwirtschaft und Umwelt. Mehrjährige Tätigkeit als Referentin auf fächerverbindenden Lehrerfortbildungsveranstaltungen zu bio- und gentechnischen Themen.

Josef Leisen

Das Erklären im Unterricht

***»Unsere Lehrerin kann gut erklären.«* Gibt es ein größeres Lob für eine Lehrerin/einen Lehrer? Untersuchungen zeigen, dass das Erklären-Können für Schüler eine herausragende Lehrerqualität ist. Das ist aus Schülersicht verständlich, schließlich geht es um das, was der Sinn des Lernens ist, um das, was befriedigt, nämlich das Verstehen. Der gelungene Abschluss guten Erklärens ist die Rückmeldung *»Jetzt hab ich es verstanden.«* Nun ist das Erklären im Rahmen der Diskussionen um Unterrichtskonzepte in den vergangenen Jahrzehnten aus dem Blickfeld geraten, ja es gibt eine gewisse Scheu vor dem Erklären. Im folgenden Beitrag wird das Erklären rehabilitiert und es wird der didaktische Ort des Erklärens skizziert. Anschließend wird das Erklären an einem konkreten Beispiel vorgemacht.**

1 Grundsätzliches zum Erklären im Unterricht

Es sei an dieser Stelle über eine merkwürdige Beobachtung berichtet, die einen Widerspruch erzeugt: Untersuchungen zeigen, dass der Wunsch der Schüler nach dem guten Erklären ungebrochen ist. Bei Referendaren hingegen gibt es eine merkwürdige Scheu vor dem Erklären. Ja, sie glauben sich entschuldigen zu müssen, wenn sie einmal etwas erklären. Woher kommt diese Scheu? Fragt man nach, so geben sich die Referendare erstaunt und man bekommt Antworten wie: *»Man muss doch alles mit den Schülern erarbeiten. Ich denke, die sollen das doch selbstständig finden. Das wäre Einfülldidaktik, wenn ich es den Schüler erzähle. Darf ich das denn überhaupt?«* Die jungen Lehrer fühlen sich bei der Frage nach dem Verhältnis von Konstruktion und Instruktion in einem Dilemma. Ihnen fehlt noch das Gespür der didaktischen Entscheidung, wann was passt.

Wann ist das Erklären im Unterricht angesagt? Kasten 1 enthält Situationen, in welchen ein gutes Erklären richtig und wichtig ist.

In allen genannten Situationen geht es um das Verhältnis von Instruktion zu Konstruktion. Gutes effektives und effizientes Lernen braucht beides, sowohl Instruktion als auch Konstruktion. Instruktionen bilden die zeitökonomische Basis für eine anschließende Phase der Konstruktion, in der sich Schüler selbstständig und eigenaktiv mit den Sachverhalten auseinandersetzten. Instruktionen bilden auch den passenden Abschluss von Phasen der Konstruktion, indem sie zusammenbinden und *»den Sack zu machen«*. In diesem Bild sind Instruktionsphasen Steilphasen bzw. Treppen zwischen Plateaus der Konstruktion. Abbildung 1 veranschaulicht dieses Wechselspiel.

- Ein komplizierter Sachverhalt ist trotz mehrerer Anläufe immer noch nicht verstanden. Eine gute Erklärung durch den Lehrer kann dann endlich Abhilfe schaffen.
- Die induktive Basis, um einen Sachverhalt zu erarbeiten oder selbstständig erarbeiten zu lassen, ist zu gering oder es wäre zu zeitaufwändig, dann ist es sinnvoll, den Sachverhalt zu erklären und ihn anschließend anzuwenden.
- Über einen gewissen Zeitraum hinweg wurde sich mit einem komplexen und vielschichtigen Sachverhalt auseinandergesetzt, der jedoch noch strukturiert werden muss. Wenn Schüler das nicht zu leisten vermögen, dann ist die Expertise des Lehrers durch Erklären gefragt.
- Ein neues Gebiet, Thema oder ein neuer Sachverhalt zeigt Bezüge oder Analogien zu zurückliegenden Gebieten, Themen, Sachverhalten, die jedoch von Schülern zu diesem Zeitpunkt weder gesehen und noch erarbeitet werden können. Zusammenhänge dieser Art müssen vom Lehrer erklärt werden, um auf dieser Basis Neues und Weitergehendes zu bearbeiten.
- Im Rahmen des Unterrichts werden zusätzliche Informationen im Sinne eines Exkurses benötigt. Dieser Exkurs kann auf der Basis guten Erklärens durch den Lehrer oder einen Schüler erfolgen.
- …

Kasten 1. Situationen, in welchen das Erklären im Unterricht wichtig und richtig ist

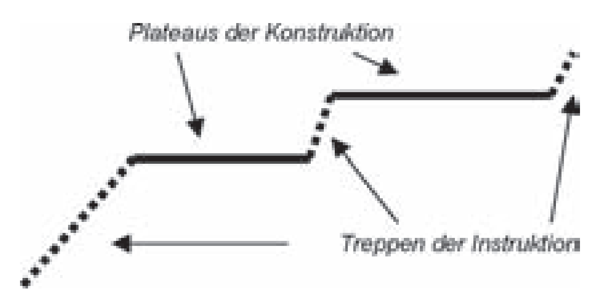


Abb. 1. Zum Wechselspiel zwischen Instruktion und Konstruktion

Alle in Kasten 1 genannten Situationen sind solche, wo das Erklären geplant und vorbereitet in den Unterrichtsfortgang eingebaut wurde. Das Erklären ist dann immer didaktisch geplant und methodisch vorbereitet. Demgegenüber gibt es im laufenden Unterricht genügend Ad-hoc-Situationen, in denen erklärt werden muss, ohne dass sich der Lehrer darauf vorbereiten konnte. Beispiele solcher Situationen sind in Kasten 2 gebündelt dargestellt.

Ad-hoc-Erklärungen treten immer überraschend in der Situation auf und erfordern ein spontanes, nicht planbares Handeln. Hier ist ein großes Gespür für die Vorgänge in der Klasse gefragt. Doch wer sich im vorbereitenden Erklären übt, schafft sich gute Voraus-

- Eine Aufgabe, ein Frage, ein Aussage, etc. steht plötzlich im Raum und der Lehrer blickt in verständnislose Gesichter und muss den Sachverhalt spontan erklären.
- Ein Schüler gibt eine Antwort, die zeigt, dass der Sachverhalt nicht verstanden ist und große Missverständnisse in der Klasse hervorruft. Hier ist eine erklärende Richtigstellung erforderlich.
- Die Schüler arbeiten sachgemäß laut Auftrag, erkennen aber nicht die Tragweite und die Bedeutung im Arbeitsprozess. Dann bringt eine Erklärung des Lehrers einen Gewinn.
- Der Schüler verwendet eine unpassende Begrifflichkeit, meint aber das Richtige. Hier ist eine erklärende Klarstellung des Lehrers gefragt.
- …

Kasten 3. Zum Erklären im sich entwickelnden Unterricht

setzungen, um auch beim Ad-hoc-Erklären passend zu agieren. Ad-hoc-Erklärungen müssen kurz und prägnant sein, beschränken sich auf den eigentlichen Zweck und dürfen nicht abschweifend sein. Kasten 4 ermöglicht einen übersichtlichen Vergleich der beiden Erklärungsmuster.

Vorbereitete Erklärungen
- vermitteln Basiswissen
- reduzieren komplexe und komplizierte Sachverhalte auf das Wesentliche
- veranschaulichen abstrakte Sachverhalte
- erläutern Methoden und Prozesse
- sichern und vernetzen Ergebnisse, fassen diese zusammen

Ad-hoc-Erklärungen
- schließen Verstehenslücken
- integrieren sich in den bisherigen Arbeitsprozess
- sind kurz und prägnant und
- beschränken sich auf den eigentlichen Zweck

Kasten 4. Zum Vergleich von vorbereiteten und Ad-hoc-Erklärungen

Das Gut-Erklären-Können im herkömmlichen Sinn liegt vornehmlich in Lehrerhand. Seine Aufgabe ist es, komplexe, teils schwierige und verwickelte Sachverhalte in eingängiger und verständlicher Weise zu gestalten. Wenn das gelingt, dann stellt sich bei den Schülern das Gefühl eines Wissens- und Kompetenzzuwachses ein. Das verschafft Befriedigung und das Gefühl, etwas gelernt und verstanden zu haben. Gelungenes Erklären zeigt sich in dem Umfang und der Intensität dieser Schülerempfindungen und nicht in der abgehakten Kriterienliste. Wenn empirische Daten stimmen, dann muss es allerdings zwischen den Schülerempfindungen und der Kriterienliste eine hohe Korrelation geben.

Dem Erklären liegt das Grundmuster eines linearen, nachvollziehenden Unterrichts zugrunde. Nachvollziehender Unterricht, bzw. Unterrichtsphasen empfehlen sich dort, wo es darum geht

– Sachverhalte zeitökonomisch darzustellen,
– schwierige und komplexe Sachverhalte für den Verstehens- und weiteren Lernprozess zu bündeln,
– den Boden für nachfolgende eigentätige Lernphasen gebündelt vorzubereiten oder vorangegangene Lernphasen zusammenzufassen und
– Zusammenhänge, Übersichten, Strukturen, Gliederungen, zentrale Prinzipien, etc. als Lerngeländer anzubieten, die von Novizen nicht erschlossen werden können, sondern einer Person vom Fach bedürfen.

Der Erfolg und die hohe Wertschätzung des guten Erklärens liegen darin, dass gutes Erklären das Lernen leichter und angenehmer macht. Es reduziert die Anstrengungen und verschafft das Gefühl von Effizienz und Effektivität: Lernen lohnt sich, Lernzeit ist nicht vertan, Lernen erscheint kurzweilig.

Was unterscheidet nun das Erklären vom Lehrervortrag? Im Lehrervortrag findet auch Erklären statt, aber Erklären geht über den Lehrervortrag hinaus. Der Lehrervortrag ist auf eine optimierte Darstellung des Sachverhaltes mit medialer Unterstützung hin abgestellt. Er ist so gesehen ein Angebot, das der Schüler annimmt oder auch nicht, das seine Wirkung hat oder auch nicht. Die Erklärung hingegen ist immer auf den Schüler, auf das Individuum oder auf die Klasse hin ausgerichtet. Die Erklärung ist nur so gut wie sie beim Schüler das Gefühl des Verstehens erzeugt. Erklären darf im Gegensatz zum Vortrag nie Selbstzweck sein, sondern ist auf Verstehen bezogen. Beim Vortrag steht der Sachverhalt im Fokus, beim Erklären das Verstehen des Schülers.

Wenn das Erklären-Können so wichtig ist, von Schülern so geschätzt wird, dann müssen es Lehrer lernen und auch können. Folgerichtig lautet ein Standard der Lehrausbildung [1]

»Die Referendarinnen und Referendare verfügen über Strategien des Erklärens fachlicher Zusammenhänge im Spannungsfeld zwischen formaler fachlicher Korrektheit und schülergemäßer Vereinfachung.«

2 Beispielhaftes zum Erklären im Unterricht

2.1 Anforderungen

Beim vorbereiteten Erklären hat der Lehrer in der Regel die Aufgabe, komplexe Sachverhalte, viele Informationen, viel Material in einen kurzen passenden Erklärungsakt zu binden. Was der Lehrer dazu konkret tun muss, ist in Kasten 5 zusammengestellt.

- Er muss aus der Vielfalt der Materialien, Informationen, Fakten etc. das passende auswählen
- Er muss dem Erklärensvorgang eine innere Struktur geben.
- Das Ganze muss in logisch nachvollziehbare Denkschritte aufgeteilt und portioniert werden.
- Die Struktur muss nach außen erkennbar werden.
- Passende illustrative Beispiele und Anschauungsmaterialien müssen eingebunden werden.
- Am Vorwissen der Schüler muss angeknüpft werden.
- Der Lehrer muss den Verstehenshorizont der Schüler berücksichtigen.
- Die Erklärungen müssen in eine passende Sprache gefasst werden.
- Es muss eine dramaturgisch und gestisch-mimisch passende und lebendige Ansprache ausgedacht werden.
- Es müssen Stationen der Verständnisrückversicherung eingeplant werden.
- Es muss ein Anfang und ein Ende ggf. mit einer Zusammenfassung und mit Exkursen überlegt werden.
- Der Lehrer muss sinngebende metareflexive Überlegungen in die Erklärungen einbinden.

Kasten 5. Aktivitäten zum vorbereiteten Erklären

2.2 Der Arbeitsauftrag

An dem folgenden Beispiel wird eine derartige Aufbereitung demonstriert und erläutert. Der Arbeitsauftrag lautet:

Erklären Sie in einer Klasse 5 das Verfahren der Addition von Zahlen bei den Maya. Dem Unterricht vorausgegangen sind die Behandlung des Dezimalsystems als Stellenwertsystem und natürlich die schriftliche Addition im Dezimalsystem.

2.3 Konkrete Schritte

Durch Internetrecherche etwa unter [2] oder durch sonstige Recherchen macht sich der Mathematiklehrer sachkundig und stellt für sich selbst als Erklärensgrundlage die unten gezeigte Materialsammlung als Text zusammen. Dieser Text ist noch nicht in einer für den Unterricht geeigneten Struktur und Sprache verfasst. Die Erklärung kann also nicht einfach eine verbalisierte Fassung des Textes sein. Das würde zu einem Vortrag führen, nicht jedoch zu einer Erklärung. Das Erklären muss auf das Verstehen des Schülers hin ausgerichtet sein. Die Erklärung ist nämlich nur so gut, wie sie beim Schüler das Gefühl des Verstehens erzeugt. Erklären im Gegensatz zum Vortrag ist nicht Selbstzweck, sondern ist verstehensbezogen. Beim

Vortrag steht der Sachverhalt im Fokus, beim Erklären das Verstehen des Schülers. Demnach muss eine Erklärensfassung erstellt werden.

(Die Materialsammlung und die Erklärensfassung mit Kommentaren finden Sie unter *www.mnu.de* beim Abstract zu diesem Artikel).

Literatur

[1] Standards der Lehrausbildung in den Mathematik und Naturwissenschaften am Studienseminar Koblenz unter: *http://www.studienseminar-koblenz.de/seminarprogramm/standards.htm*, (25.06.2007)

[2] *http://www.mathezentrale.de/maya/maya1.htm*, (25.06.2007)

OStD Josef Leisen, Peter-Joseph-Rottmann-Straße 20, 56077 Koblenz, josef.leisen@studienseminar-koblenz.de ist Leiter des Staatlichen Studienseminars für das Lehramt an Gymnasien, war vormals Fachleiter für Physik und hat einen Lehrauftrag für Didaktik der Physik an der Universität Mainz.

Reinhard Oldenburg

Google Earth im Mathematikunterricht

Der virtuelle Globus Google Earth bietet nicht nur dem Geographieunterricht einen interessanten Blick auf unseren Planenten, sondern kann auch den Mathematikunterricht befruchten, indem Fragen aufgeworfen und andere beantwortet werden.

1 Was ist Google Earth?

Google Earth ist ein virtueller Globus, der beliebige Ausschnitte der Erdoberfläche in hoher Auflösung anzeigen kann. Mit der Maus kann man frei auf der Erdoberfläche navigieren und den Maßstab dabei in einem weiten Bereich nahezu stufenlos wählen, so dass man am einen Extrem die ganze Erdkugel sieht, am anderen Extrem einzelne Autos und Häuser erkennen kann.
Das kostenlose Programm setzt einen schnellen Internetzugang voraus, denn die umfangreichen Daten werden von einem Server geholt. Deshalb begnügt sich die lokale Installation mit relativ wenig Festplattenplatz.
Für den Mathematikunterricht wichtig sind einige Zusatzfunktionen: Mit dem Lineal lassen sich Strecken und Streckenzüge in das Bild legen und ihre Länge anzeigen. Es kann ein Maßstab eingeblendet werden, der die reale Länge einer am Bildschirm festen Strecke darstellt. Die Koordinaten des mit der Maus angesteuerten Punktes werden in geographischen Koordinaten auf Bogenminuten und Bogensekunden genau angezeigt. Ferner kann man stets die Höhe des entsprechenden Punktes über dem Meeresspiegel ablesen.
Für verschiedene Auswertungen ist es sinnvoll, die Bilder abzuspeichern und als Hintergrundbild in einem dynamischen Geometrieprogramm zu laden. Dort hat man zwar keine direkte Längenmessung mehr, sondern muss sich den Maßstab besorgen, aber dafür kann man mehr geometrische Objekte zum Modellieren der gefunden Verläufe von Flüssen, Straßen oder Eisenbahnlinien verwenden.
Der Blick auf die Erde kann nicht nur senkrecht von oben erfolgen, sondern auch aus einem beliebigen schrägen Winkel. So kann man etwa die Illusion erzeugen, mitten in einem engen Flusstal zu stehen und dem Verlauf des Flusses nachzuschauen.

2 Zehn mathematische Fragen, die sich mit Google Earth beantworten lassen

1. Flächenmessungen

Wie groß ist unser Schulhof, der Baggersee im Nachbardorf oder der Pfälzer Wald?

2. Längen von realen Objekten

Die Länge der Küstenlinie Englands, so ein bekanntes Beispiel aus dem Gebiet der Fraktale, ist nicht eindeutig bestimmt: Sie wird umso länger, je genauer man hinschaut, also je mehr Einbuchtungen man berücksichtigt. Letztlich vermisst man immer die Länge eines Polygonzugs, der die Länge der Küstenlinie nur approximiert. Dieses Messexperiment lässt sich dank der Mess-Werkzeuge schnell und für verschiedene Maßstäbe durchführen.

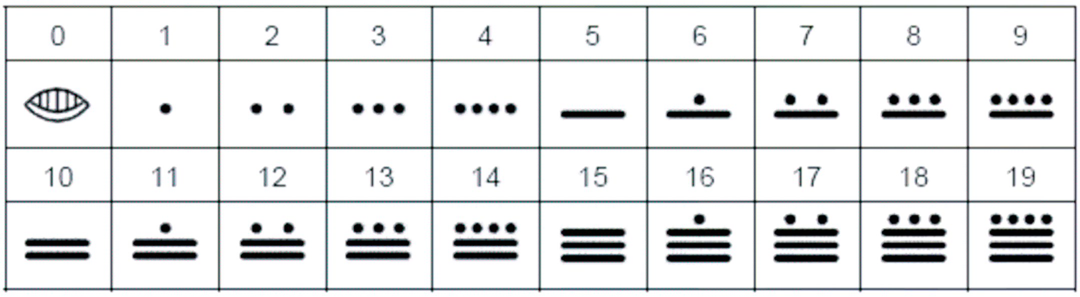
3. Monte-Carlo-Methoden

Welcher Anteil Deutschlands ist bewaldet? Man erzeugt (z. B. mit Excel) zufällige Koordinaten und schaut nach.

MNU 60/8 (1. 12. 2007) Seiten 462–463 ISSN 0025-5866

Addition im Zahlensystem der Maya

Das System, das die Maya zur kalendarischen Zahldarstellung verwendeten, beruht auf einem hybriden Ziffernsystem zur Basis 20. Dabei handelt es sich um die Modifikation des Vigesimalsystems. Entgegen dem Dezimalsystem stehen die Positionen dieses Systems stellvertretend für die Werte 1, 20, $18 \cdot 20$, $18 \cdot 20^2$, $18 \cdot 20^3$ etc. Damit bestimmt die Position eines Zahlensymbols in diesem System den Wert seiner Darstellung. Innerhalb der einzelnen Positionen, die meist senkrecht aufgeschrieben wurden, erstellten die Maya die Zahlen eins bis zwanzig durch Addition der Zeichen für Eins - ein Punkt - und für Fünf - ein waagrechter Strich. Darüber hinaus kannten sie, um leere Positionen darstellen zu können, ein Zeichen für die Null, die sie in Form einer Muschel darstellten, welches gleichzeitig das *Zeichen der Vollendung* war. Da die Null bei vielen mathematischen Operationen notwendig ist, in Europa in der Antike jedoch noch unbekannt war, nimmt man heute an, dass die Maya eine weit entwickelte Kultur mit hohem Bildungsstand hatten. Der Ursprung liegt in einer Zählweise, bei der sowohl die 10 Finger als auch die 10 Zehen verwendet wurden. Dabei erfolgte eine Unterteilung in 4 Blöcke à 5 Ziffern, was der Verteilung von jeweils 5 Fingern bzw. Zehen an Händen und Füßen entspricht. Die Maya verwendeten für die Zahlen eins bis neunzehn folgende Darstellung:



Jede Zahl über zwanzig wurde in einer Spalte aufgezeichnet. Dabei richtet sich die Anzahl der Zeilen nach der Anzahl der existierenden Ordnungen. Die unterste Zeile enthält dabei die Einheiten der ersten Ordnung, die zweite Zeile die Vielfachen von 20, die dritte die Vielfachen von 360 ($18 \cdot 20$) etc.

Bsp.: 

$2 \cdot 360$
$+ 0 \cdot 20$
$+ 13 \cdot 1 = 733$

Es ist bekannt, dass die Maya Addition und Subtraktion beherrschten. Einige Forscher sind der Meinung, die Maya seien nicht in der Lage gewesen, Multiplikation und Division durchzuführen, weil bisher kein Beleg dafür gefunden wurde. Seien z_1 und z_2 zwei beliebige natürliche Zahlen. Dann lassen sie sich analog der Überlegungen zur Zahldarstellung in g-adischen Systemen in eindeutiger Weise schreiben durch:

$$z_1 = a_0 \cdot 20^0 + a_1 \cdot (20^1) + a_2 \cdot (18 \cdot 20^1) + a_3 \cdot (18 \cdot 20^2) + a_4 \cdot (18 \cdot 20^3) + \ldots$$
$$z_2 = b_0 \cdot 20^0 + b_1 \cdot (20^1) + b_2 \cdot (18 \cdot 20^1) + b_3 \cdot (18 \cdot 20^2) + b_4 \cdot (18 \cdot 20^3) + \ldots$$

Dann gilt für deren Addition:

$$z_1 + z_2 = a_0 \cdot 20^0 + a_1 \cdot (20^1) + a_2 \cdot (18 \cdot 20^1) + a_3 \cdot (18 \cdot 20^2) + a_4 \cdot (18 \cdot 20^3) + \ldots + b_0 \cdot 20^0 + b_1 \cdot (20^1) + b_2 \cdot (18 \cdot 20) + b_3 \cdot (18 \cdot 20^2) + b_4 \cdot (18 \cdot 20^3) + \ldots$$
$$= a_0 \cdot 20^0 + b_0 \cdot 20^0 + a_1 \cdot (20^1) + b_1 \cdot (20^1) + a_2 \cdot (18 \cdot 20^1) + b_2 \cdot (18 \cdot 20^1) + a_3 \cdot (18 \cdot 20^2) + b_3 \cdot (18 \cdot 20^2) + a_4 \cdot (18 \cdot 20^3) + b_4 \cdot (18 \cdot 20^3) + \ldots$$

(aufgrund der Kommutativität in N)

$$= (a_0 + b_0) \cdot 20^0 + (a_1 + b_1) \cdot 20^1 + (a_2 + b_2) \cdot (18 \cdot 20^1) + (a_3 + b_3) \cdot (18 \cdot 20^2) + (a_4 + b_4) \cdot (18 \cdot 20^3) + \ldots$$

(aufgrund der Distributivität in N)

Kasten 6. Materialsammlung zur Addition im Zahlensystem der Maya

Die Addition von Zahlen bei den Maya

Ich werde euch erklären, wie die Maya rechneten, genauer wie sie Zahlen addieren. Zuvor muss ich aber erklären, wie sie ihre Zahlen schrieben, d.h. welches Zahlsystem sie hatten.

Das Ziel und das Programm werden offen gelegt, genannt und präzisiert.

Man versteht das am besten, wenn man es mit dem eigenen System vergleicht. Wir schreiben unsere Zahlen mit zehn Ziffern, den Ziffern 0, 1, 2, ... , 9, rechnen also im Dezimalsystem.

Es wird an das Wissen und Können angeknüpft und es wird in Erinnerung gerufen.
Metareflexive Bemerkungen erklären das Vorgehen.

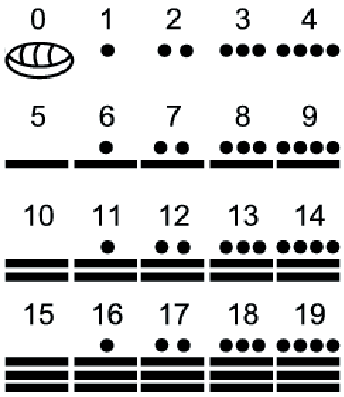
Nehmen wir die Zahl 135 = 1*100 + 3*10 + 5*1. Jede Ziffer der Zahl hat, je nachdem wo sie in der Zahl steht, einen bestimmten Wert: Die 1 hat den Wert 100, die 3 den Wert 30, die 5 den Wert 5. Deshalb sprechen wir vom Stellenwertsystem. Betrachten wir 74 = 7*10 + 4*1. Wenn wir die beiden Zahlen addieren, dann addieren wir die Werte. Wir beginnen dabei rechts mit den Einern und manchmal gibt es einen Übertrag (hier bei den Zehnern):

135 = 1*100 + 3*10 + 5*1
 74 = 7*10 + 4*1
209 = 2*100 + 0*10 + 9*1

Das Erklären wird an einem passenden Beispiel aufgehängt.
Die Wir-Ansprache setzt das verstehende Individuum ins Zentrum.
Die Sprache ist einfach und operierend, kein Nominalstil. Die Betonungen konzentrieren auf wichtige Stellen.

Wie rechneten nun die Maya? Sie rechneten nicht im Zehnersystem, sondern im (abgewandelten) Zwanzigersystem. Für die zwanzig Ziffern haben sie natürlich andere Zeichen als wir sie haben, nämlich folgende:

Durch eine rhetorische Frage wird zur Ausgangsfrage zurückgekehrt.
Die Gemeinsamkeiten und Unterschiede werden genannt.
Schwer und leicht Verständliches wird kenntlich gemacht durch Einschübe wie „natürlich“.



Eine Zeichnung veranschaulicht und illustriert das Gesagte.
Die Zeichnung als andere Darstellungsform eröffnet eine neue Konzentration.

Man sieht, dass die Maya immer in vier Fünferpäckchen zählen. Das geht auf die 4 mal 5 Finger bzw. Zehen zurück. Damit ist klar, woher das kommt. Nun schreiben wir Zahlen, die größer sind als 20, z.B. 135. Wir müssen dann fragen,

Die Denkschritte werden verbalisiert.
Aha-Erlebnisse werden ausgesprochen.
Es wird in kleinen Schritten vorgegangen.
Die bekannten Beispiele werden aufgegriffen.
Die Denkschritte werden simultan an der Tafel visualisiert.

wie oft passt die 20 in die 135, nämlich sechsmal mit dem Rest 15. Die Maya schreiben also:

135	=	*20	+	*1

In die 74 passt die 20 dreimal mit dem Rest 14. Also schreiben sie:

74	=	*20	+	*1

Jetzt addieren die Maya die 15-Einer und die 14-Einer zu 29-Einer, das sind 9-Einer mit dem Übertrag von 1-Zwanziger. Zusammen sind es 6+3+1, also 10-Zwanziger:

209	=	*20	+	*1

Und das stimmt, denn 10*20 + 9*1 = 209.

Die Sprache ist eine Werkstattsprache, keine geschliffene Vortragssprache.
Es werden durch Einschübe Verständnishilfen gegeben, z.B. „also ...“ oder „denn ...“

Ich fasse zusammen: Die Maya rechnen wie wir, allerdings nicht mit dem Dezimalsystem (=Zehnersystem) sondern mit dem Vigesimalsystem (=Zwanzigersystem).

Es wird zusammengefasst und mit Fachbegriffen überformt.

Abschließend noch zwei Ergänzungen:

1. Die Maya schrieben die Ziffern nicht nebeneinander wie wir, sondern untereinander: Also

135 =	
	

und nicht

135 =		

2. Für Zahlen größer als 360 hatten die Maya ein abgeändertes Vigesimalsystem: Sie zählten dann nicht 400-er als in 20*20, sondern in 18*20=360. Der Grund liegt darin, dass das Zahlsystem der Maya für die Astronomie gebraucht und entwickelt wurde.

Ergänzungen und Besonderheiten werden erst am Schluss genannt, wenn das Entscheidende verstanden ist. Damit wird das Verständnis des zentralen Anliegens nicht gefährdet.
Exkurse erscheinen als Exkurse und Schüler erkennen deren Bedeutung, z.B. durch „abschließend ...“.
Exkurse bieten Ausblicke für das Weiterlernen.

Kasten 7. Ausgearbeitete Erklärungsfassung zur Addition im Zahlensystem der Maya